

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по научной работе
ФГБОУ ВО «Научно-исследовательский



г.н. Драгунов В.К.

«_17_» мая 2017

Отзыв ведущей организации о диссертации
Акбари Фаллахи Арезу

«Задачи с начальными условиями для дифференциально-разностных уравнений с опережением», представленной на соискание учёной степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 – дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление.

Диссертационная работа посвящена исследованию вопросов корректной разрешимости в весовых пространствах Соболева задачи с начальными условиями для дифференциально-разностных уравнений первого и второго порядков для определенных на полуоси функций со значениями в поле комплексных чисел или в гильбертовом пространстве.

Актуальность темы исследования. Дифференциально-разностные и функционально-дифференциальные уравнения в настоящее время имеют значительную историю исследования. Особенно интенсивно это направление математики развивается с середины прошлого века, основой такого развития послужили работы Мышкиса, Эльсольца, Каменского, Дж. Хейла и ряда их соавторов и единомышленников. И хотя за прошедшее время общая теория функционально-дифференциальных уравнений и порождаемых ими полугрупп в значительной мере сформирована, тем не менее в этой теории остается ряд мало изученных вопросов. К таким вопросам можно отнести изучение корректной разрешимости задач для дифференциально-разностных уравнений опережающего типа (в которых старшая производная неизвестной функции связана функционально со значениями ее младших производных в более поздние моменты времени). Сложность и актуальность таких задач (определение пространств начальных данных задачи, определение решений, нахождение условий однозначной или фредгольмовой разрешимости) подчеркивалась в работах А.Д. Мышкиса, В.В. Власова и других исследователей. Именно этой проблеме посвящено исследование диссертации Акбари Фаллахи А. Ей удалось найти новый подход к постановке задачи с начальными условиями для дифференциально-разностных уравнения опережающего типа и получить ряд новых и содержательных результатов по корректности таких задач в весовых пространствах Соболева.

Данная диссертационная работа посвящена исследованию корректной разрешимости обыкновенных дифференциально-разностных уравнений первого и второго порядка опережающего типа на полупрямой, а также и гиперболических дифференциально-разностных уравнений с частными производными для неизвестной вектор-функции на полупрямой. Сформулирована новая постановка начальных задач для уравнений указанных

классов, которая включает в себя задание начального условия на конечной границе полу-прямой (это означает задание значения искомой функции на промежутке запаздывания или в граничной точке если нет членов с запаздывающим аргументом) совместно с заданием условий ограничения роста решения на бесконечной границе полупрямой. Влияние таких ограничений на корректность постановки начально-краевых задач в различных ситуациях исследовались в работах ряда специалистов по теории дифференциальных и дифференциально-разностных уравнений (например, в работах А.Н. Тихонова, Л.Д. Кудрявцева и др.).

Цель рассматриваемой диссертации – определить достаточные и необходимые условия корректной разрешимости задачи с начальными условиями для дифференциальноразностного уравнения, содержащего операторы сдвигов временной переменной как запаздывающего, так и опережающего типов.

Таким образом, **актуальность** темы диссертационной работы и ее практическая значимость не вызывают сомнений.

Содержание диссертации. Диссертация состоит из введения, трех глав и списка литературы, включающего 34 наименования.

Во **введении** приведен исторический обзор по теории дифференциальноразностных операторов, а также сформулированы цели и кратко изложены основные результаты диссертации. Основным объектом исследования являются дифференциальноразностное уравнение первого или второго порядка для комплекснозначной функции, заданной на полуоси, и дифференциальноразностное уравнение гиперболического типа для заданной на полуоси функции со значениями в гильбертовом пространстве. В каждом из рассматриваемых случаев допускаются операторы отклонения аргумента, включающие и запаздывание, и опережение временного аргумента.

В случае отсутствия запаздывания изучается задача с начальными условиями, начальными данными которой являются предельные значения функции (и ее производной по времени для уравнения второго порядка) при стремлении временного аргумента к левой (конечной) границе полуоси. В случае уравнений, содержащих запаздывание, изучается задача с начальными данными на промежутке запаздывания, то есть задаются значения неизвестной функции на интервале полуоси, длина которого равна максимальному параметру запаздывания аргумента.

В **первой** главе исследована корректность задачи с начальными условиями для дифференциальноразностного уравнения первого порядка для неизвестной комплекснозначной функции на полупрямой. Найдены условия на коэффициенты дифференциальноразностного оператора и весовой параметр пространства Соболева, достаточные для корректной разрешимости задачи с начальными условиями, получены и необходимые условия. Доказана сходимость решений корректной задачи с начальными условиями для дифференциальноразностного уравнения к решению задачи Коши для обыкновенного дифференциального уравнения при стремлении к нулю параметров отклонения аргумента дифференциальноразностного оператора. Установлены условия эквивалентности задачи с начальными условиями для дифференциальноразностного уравнения и задачи Коши для некоторого обыкновенного дифференциального уравнения, понимаемой в том смысле, что каждое решение одной задачи является решением другой.

Во **второй** главе исследована задача с начальными условиями для дифференциальноразностного уравнения второго порядка для неизвестной комплекснозначной функции на полупрямой. Как и для уравнения первого порядка, найдены достаточные условия корректной разрешимости задачи с начальными условиями, получены необходимые условия. Доказана сходимость решений корректной задачи с начальными условиями для дифференциальноразностного уравнения к решению задачи Коши для обыкновенного диффе-

ренциального уравнения второго порядка при стремлении к нулю параметров отклонения аргумента дифференциально-разностного оператора. Установлены условия эквивалентности задачи с начальными условиями для дифференциально-разностного уравнения и задачи Коши для некоторого обыкновенного дифференциального уравнения второго порядка. Кроме того, для однородного дифференциально-разностного уравнения второго порядка с опережением найдены условия, при которых размерность пространства начальных данных равна единице или двум.

В третьей главе диссертации результаты второй главы обобщаются на случай дифференциально-разностного уравнения для неизвестной функции со значениями в гильбертовом пространстве. Изучается постановка задачи с начальными условиями для гиперболического дифференциально-разностного уравнения со сдвигами временного аргумента, которые могут быть как отрицательными (запаздывание), так и положительными (опережение). При этом от оператора, действующего по пространственным переменным, требуются самосопряженность и полуограниченность. Установлены достаточные условия корректной разрешимости задачи в пространствах Соболева с экспоненциальным весом, найдены необходимые условия и выявлены эффекты нарушения единственности или существования решения при нарушении необходимых условий. Установлена сходимость решений корректной задачи с начальными условиями для дифференциально-разностного уравнения гиперболического типа к решению задачи Коши для гиперболического дифференциального уравнения с частными производными при стремлении к нулю параметров отклонения временного аргумента.

Научная новизна. Все результаты диссертации являются новыми. В ней предложена новая постановка начальных условий для уравнения опережающего типа с заданием неизвестной функции только на промежутке запаздывания совместно с условиями асимптотического ограничения на рост решения на бесконечности. Эта постановка задачи является развитием подхода к изучению задач с опережением, в котором начальные данные для неизвестной функции задавались на промежутке запаздывания и опережения (изучаемого в работах А.Д. Мышкиса, Э.Л. Эльсгольца, А.Г. Каменского, А.Л. Скубачевского), и развитием подхода к изучению задач нейтрального типа (предложенного в работах В.В. Власова). Для такой постановки задачи найдены условия на показатель экспоненциального веса для весового пространства Соболева, достаточные для корректной разрешимости в весовом пространстве Соболева задачи с начальными условиями. Показано, каким образом выход весового параметра пространства Соболева за границы определяемого необходимыми условиями промежутка приводит к нарушению единственности решения или к нарушению разрешимости задачи при произвольном начальном условии. Установлена сходимость решений корректных задач с начальными условиями для дифференциально-разностного уравнения к решению задачи Коши для обыкновенного дифференциального уравнения при стремлении к нулю параметров отклонения аргумента дифференциального оператора. Для однородного дифференциально-разностного уравнения с опережением без запаздывания исследована зависимость размерности пространства начальных данных корректной задачи с начальными условиями от коэффициентов дифференциально-разностного оператора и весового параметра пространства Соболева.

Практическая значимость работы Диссертация носит теоретический характер. Однако, методы и результаты работы, кроме самостоятельного интереса с точки зрения теории дифференциально-разностных уравнений и теории аппроксимаций полугрупп, могут иметь применения в задачах управления и теории усреднения дифференциальных операторов. Результаты могут быть также применены для создания численных методов исследования процессов управления, учитывающих состояния управляемой системы как прошедшие, так и в предстоящие моменты времени. Они могут быть использованы в научной работе в МГУ, МИ РАН, МФТИ, МЭИ, МИФИ и других научных организациях.

Обоснованность и достоверность результатов диссертации. Все полученные в диссертации результаты сформулированы в виде теорем и снабжены строгими и подробными доказательствами, что гарантирует их достоверность.

Публикация результатов в печати. Результаты диссертации опубликованы в 7 работах, из них 3 статьи в научных журналах и 4 тезисов докладов на международных конференциях. Материал диссертации достаточно полно представлен в опубликованных работах. Три статьи опубликованы в ведущих математических журналах, входящих в список ВАК: одна статья в журнале Дифференциальные Уравнения, две статьи в журнале Труды МФТИ. Положения и выводы диссертации прошли серьезную научную апробацию; в том числе, результаты диссертации доложены на семинаре МЭИ по дифференциальным уравнениям и получили одобрение.

Заключение о диссертации. В рамках поставленных задач данная диссертация представляет собой целостное научное исследование на актуальную тему, в котором получен ряд новых результатов по теории дифференциально-разностных уравнений. Результаты, полученные в диссертации Акбари Фаллахи Арезу, несомненно, являются результатами высокого научного уровня и имеют, на наш взгляд, значительный научный интерес.

В качестве критического замечания к работе можно заметить следующее:

Исследование зависимости размерности пространства начальных данных от весового параметра, проведенное во второй главе, не удалось распространить на случай векторно-значной неизвестной функции, рассмотренный в третьей главе.

Иногда одной и той же буквой обозначаются различные объекты, что, однако, не мешает пониманию текста.

Некоторые опечатки, допущенных в тексте работы, не влияют на общее положительное впечатление о работе.

Автореферат правильно и полно отражает содержание диссертации.

На основании вышеизложенного считаем, что диссертационная работа Акбари Фаллахи Арезу "Задачи с начальными условиями для дифференциально-разностных уравнений с опережением" удовлетворяет всем требованиям Положения о порядке присуждения ученых степеней, предъявляемым к кандидатским диссертациям, а ее автор – Акбари Фаллахи Арезу -- заслуживает присуждения ей ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 "дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление".

Отзыв заслушан и утвержден на заседании кафедры Математического Моделирования национального исследовательского университета «МЭИ» 03 мая 2017 г, **протокол №3.**

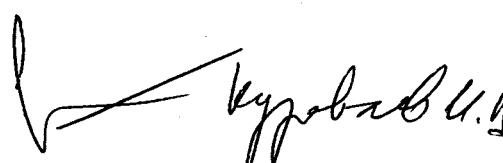
Профессор, доктор физ.-мат. наук

 Дубинский Ю.А.

Заведующий кафедрой
математического моделирования
профессор, доктор физ.-мат. наук

 Амосов А.А.

ВЕРНО
УЧЕНЫЙ СЕКРЕТАРЬ
УЧЕНОГО СОВЕТА
НИУ МЭИ

 Курловский И.И.

Печать утверждена

ЗАМЕСТИТЕЛЬ НАЧАЛЬНИКА
УПРАВЛЕНИЯ ПО РАБОТЕ С ПЕРСОНАЛОМ
Л.И.ПОЛЕВАЯ

